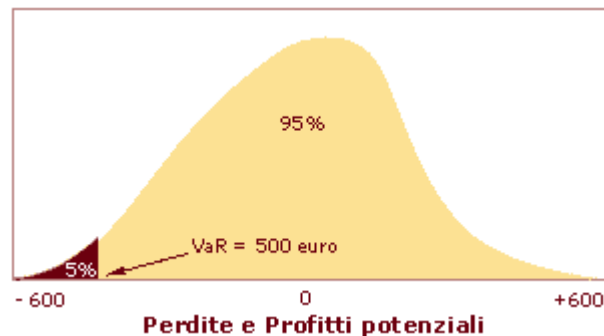


Il value at risk

Il Value at Risk (VaR) è una misura statistica del rischio di mercato, cioè una misura che sintetizza il rischio attraverso una distribuzione di probabilità dei potenziali profitti e delle perdite. Il VaR è definito come la misura della massima perdita "potenziale" (cioè non certa) che un portafoglio può subire con una certa probabilità su un determinato orizzonte temporale. Esso dipende dunque da:

- Orizzonte temporale. E' a discrezione dell'investitore, è possibile utilizzare un giorno, dieci giorni o altro.
- Probabilità, solitamente si utilizza il 95% o il 99%, ma anch'essa viene definita dall'investitore.
- Unità di misura, il VaR è espresso in valore assoluto nella valuta base scelta dall'investitore.

La figura seguente mostra come è possibile rappresentare Il VaR di un portafoglio:



E' possibile visualizzare il VaR di un portafoglio attraverso la distribuzione di probabilità dei potenziali profitti e delle perdite: sull'asse orizzontale (asse delle ascisse) è possibile leggere i valori di profitti e perdite, sull'asse verticale (asse delle ordinate) la frequenza con cui i profitti e perdite si osservano; la probabilità è data dall'area al sotto della curva. I valori estremi della distribuzione sono chiamati code: sulla coda destra si trovano i valori positivi, cioè i profitti potenziali più elevati che hanno una probabilità bassa di presentarsi, sulla coda sinistra le perdite più negative anch'esse con una bassa probabilità.

Il VaR è il valore sull'asse delle ascisse tale per cui l'area di probabilità è quella scelta dall'investitore. Calcolare il VaR con il 95% di probabilità significa lasciare il 5% di probabilità sulla coda sinistra della distribuzione, che implica che la massima perdita potenziale non sarà maggiore di quella che si legge sull'asse delle ascisse nel 95% dei casi sull'orizzonte temporale selezionato. Ad esempio è possibile affermare che, con il 95% di probabilità, nell'arco di un giorno non si perderanno più di 500 euro sul valore totale del portafoglio.

I vantaggi e la popolarità del VaR sono legati al fatto che si tratta di una misura che aggrega in un solo numero diverse componenti di rischio di mercato: l'analisi del Value at Risk viene infatti effettuata sulla base dei diversi fattori di rischio a cui può essere esposto un portafoglio, ad esempio il rischio di tasso d'interesse (a breve o lungo termine), il rischio prezzo dei titoli azionari e il rischio cambio.

Nella pratica quotidiana esistono diverse metodologie per il calcolo del VaR, ognuna con i suoi punti di forza e di debolezza. Le più utilizzate sono:

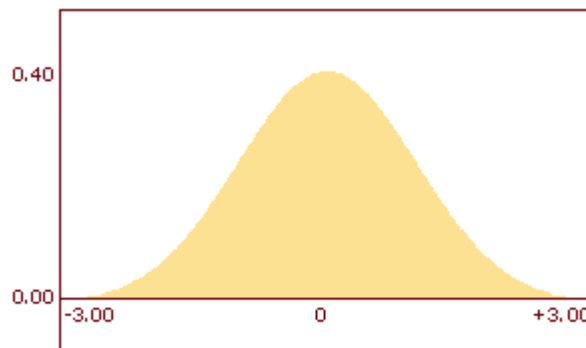
- **Le metodologie analitiche** (o parametriche), come RiskMetrics di JP Morgan

- **La simulazione storica**
- **Il metodo di Monte Carlo**

I tre gruppi di metodologie sono basati su ipotesi molto diverse tra loro e per tale motivo i risultati che si ottengono possono differire sensibilmente.

I metodi analitici

I metodi analitici sono basati su una serie di ipotesi, la più importante delle quali vuole che la distribuzione empirica dei profitti e delle perdite (la distribuzione dei rendimenti) abbia una determinata forma, cioè sia una distribuzione normale. Il grafico seguente mostra un esempio di distribuzione normale:



Tale ipotesi (chiamata anche "ipotesi di normalità dei rendimenti") è fortemente contestata dalla dottrina, e costituisce uno dei principali motivi per cui ai metodi analitici si sostituiscono spesso i metodi basati sulle simulazioni.

I metodi analitici sono tuttavia largamente diffusi per la loro semplicità e immediatezza di calcolo: descrivere infatti la distribuzione di probabilità dei profitti e delle perdite (i rendimenti) come una distribuzione normale standard implica poterla sintetizzare attraverso due soli parametri di comune utilizzo, il valore medio e la variabilità intorno alla media (varianza), evitando dunque calcoli complessi.

Il più conosciuto tra i metodi parametrici è quello di JP Morgan, RiskMetrics, di cui si vuole fornire una breve descrizione.

Nell'ambito della metodologia RiskMetrics è necessario, per calcolare il VaR, ricondurre gli strumenti finanziari appartenenti al portafoglio ai fattori di rischio, e successivamente applicare l'algoritmo di calcolo utilizzando la volatilità dei fattori e la correlazione forniti direttamente da JP Morgan.

Il calcolo del Value at Risk può essere sintetizzato attraverso i passaggi descritti nel seguito.

Identificazione dell'esposizione al rischio

L'identificazione dell'esposizione del portafoglio alle diverse tipologie di rischio di mercato avviene mediante la scomposizione degli strumenti finanziari del portafoglio in flussi di cassa elementari.

E' importante identificare i flussi di cassa per ogni strumento in quanto essi sono soggetti al rischio, dunque analizzando la loro natura e valutando il momento in cui si manifesteranno si avrà una descrizione completa dei fattori di rischio a cui è esposto il portafoglio.

I flussi di cassa degli strumenti finanziari devono essere attualizzati, cioè il loro valore nominale futuro deve essere moltiplicato per un fattore di sconto al fine di determinarne il valore corrente.

La scomposizione delle attività finanziarie in flussi di cassa elementari avviene per tutte le tipologie di strumento. I titoli a tasso fisso, ad esempio, sono rappresentati come una successione di pagamenti in corrispondenza delle cedole alle date future e del rimborso del capitale a scadenza, mentre i titoli azionari sono costituiti da un flusso di cassa positivo alla data odierna espresso nella valuta di bilancio.

Rimappatura dei flussi di cassa

Dal momento che i flussi di cassa possono essere potenzialmente infiniti, JP Morgan applica una metodologia (chiamata mapping) che consente di ridurre il numero e di ricondurli tutti a scadenze predefinite chiamate "vertici". In tal modo gli elementi necessari per calcolare il VaR, la volatilità e la correlazione, sono calcolati per un numero finito e relativamente contenuto di vertici, ovvero per un numero limitato di fattori di rischio.

La rimappatura dei flussi di cassa viene applicata agli strumenti finanziari soggetti a rischio tasso in quanto questi possono generare numerosi cash flows elementari. Se i cash flow individuati hanno dunque una data valuta diversa dalle date corrispondenti ai risk factors gestiti da JP Morgan, vengono rimappati sui vertici RiskMetrics, cioè viene redistribuito il loro valore attuale sui vertici di risk factor tra i quali il flusso originario è compreso.

Si ipotizzi ad esempio di avere un'obbligazione con una cedola, cioè un flusso di cassa, all'anno 8. Esso viene ripartito come una combinazione di flussi di cassa negli anni 7 e 9 in quanto l'anno 8 non è un vertice di risk factor RiskMetrics:



Le due frazioni di flussi di cassa che si originano dal flusso originale devono essere pesate in modo che sia preservato il valore attuale di mercato e il segno del cash flow.

Applicazione dell'algorithm di calcolo

Il VaR di tutto il portafoglio viene calcolato sulla base dei VaR delle singole posizioni, tenendo però conto del fatto che esso non corrisponde alla somma dei VaR delle posizioni a meno che non ci sia una perfetta correlazione positiva tra le attività finanziarie.

Il VaR della singola posizione è calcolato come il prodotto tra il valore attuale della posizione con segno e la volatilità, cioè:

$$\text{VaR} = \text{Valore attuale posizione} * 1.65 \sigma$$

σ rappresenta la volatilità, che viene moltiplicata per 1.65 nel caso in cui si voglia avere un intervallo di confidenza del 95%.

Nella metodologia RiskMetrics il VaR è calcolato sulla base dell'ipotesi che i rendimenti standardizzati sono normalmente distribuiti, cioè distribuiti principalmente intorno alla media secondo la caratteristica forma a campana. Sulla base di questa ipotesi, il 95% di probabilità ha come valore

sulla distribuzione 1.65, mentre il 99% corrisponde ad un valore di 2.33.

Il VaR dell'intero portafoglio si ottiene applicando una formula che tiene conto dei VaR delle singole posizioni (calcolate sulle rispettive volatilità) e delle correlazioni.

Le volatilità dei fattori di rischio e le correlazioni sono fornite da JP Morgan in termini di USD. Se la valuta base dell'investitore è diversa dallo USD è necessario applicare alcune formule per convertire in Euro le volatilità e le correlazione dei fattori soggetti a rischio tasso espressi in termini di USD.

Per i titoli azionari JP Morgan non fornisce la volatilità, che fornisce invece per gli indici azionari locali. Per ricavare dunque volatilità e correlazioni viene in questo caso utilizzato il beta (β) del titolo ricavato sulla base dell'equazione che definisce il Capital Asset Pricing Model.

Limiti dei metodi analitici

I modelli analitici, come la metodologia RiskMetrics, soffrono di parecchie limitazioni e sono soggetti a critiche a causa delle ipotesi su cui sono fondati.

L'ipotesi più criticata è quella di normalità dei rendimenti, in quanto è dimostrato che in realtà i rendimenti, in particolare quelli giornalieri, non hanno una distribuzione normale.

La conseguenza nell'ipotizzare una distribuzione normale è che i modelli parametrici non si comportano bene nelle situazioni estreme di mercato quando si hanno ampi movimenti nei prezzi, cioè perdite elevate più frequenti. Il problema è dovuto al fatto che nella realtà infatti le code delle distribuzioni di rendimenti sono più grosse di quanto prevede la distribuzione normale, cioè i valori elevati di perdite (e profitti) sono più frequenti, per cui applicando un modello fondato sulla normalità dei rendimenti di tende a sottostimare il VaR.

Un'ulteriore problema è quello legato al concetto di stazionarietà, che implica che la media, la varianza e la correlazione di una distribuzione sono costanti nel tempo. I modelli parametrici sono fondati su questa ipotesi non realistica, in quanto per calcolare il VaR su un orizzonte temporale superiore al giorno, è sufficiente moltiplicare per la radice quadrata del numero di giorni.

La simulazione storica

La simulazione storica è una metodologia di calcolo del VaR che consente di superare alcune delle limitazioni descritte.

Tale metodologia tenta di predire come i prezzi si muoveranno in futuro sulla base dell'analisi degli eventi di mercato passati. I rendimenti storici sono esplorati in modo tale da generare un gran numero di scenari di mercato realistici per le varie tipologie di strumenti finanziari da cui ricavare successivamente un numero elevato di potenziali profitti e perdite. Il VaR viene in questo caso stimato sulla base della distribuzione empirica dei profitti e delle perdite potenziali costruiti sugli scenari simulati, cioè non viene ipotizzata a priori una forma particolare della distribuzione di probabilità.

Analiticamente il calcolo del VaR avviene attraverso i seguenti passi:

- Si raccolgono i dati di mercato per i fattori di rischio individuati su un arco di tempo passato, ad esempio N giorni. Successivamente si determina la variazione percentuale dei prezzi degli strumenti finanziari che compongono il portafoglio (l'eventuale profitto o perdita) tra un periodo e quello seguente. In questo modo viene prodotto un numero elevato di scenari di mercato.
- Si rivaluta il portafoglio corrente sulla base degli scenari di mercato dei fattori di rischio, determinando per ognuno di essi quale sarebbe stato il profitto o la perdita del portafoglio se lo

scenario si fosse realizzato nelle 24 ore successive.

- I risultati degli N profitti e perdite di portafoglio estrapolati dall'analisi storica dell'andamento dei fattori di rischio sono raccolti su un istogramma, cioè viene ricavata la distribuzione empirica dei profitti e delle perdite. La distribuzione è empirica, cioè estrapolata dall'osservazione della realtà, e non forzata ad avere una determinata forma come nei modelli analitici.
- Dalla distribuzione empirica si ricava il VaR associato alla probabilità desiderata.

Uno dei limiti della metodologia è che il passato non predice il futuro dunque può non essere attendibile effettuare una previsione osservando un arco di tempo passato.

Il metodo Monte Carlo

Il metodo di Monte Carlo presenta alcune similitudini con la simulazione storica, in quanto anch'esso simula una serie di scenari sulla base di dati storici. A differenza della simulazione storica tuttavia è necessario presupporre una precisa distribuzione di probabilità per i fattori di rischio, e questo costituisce un punto di contatto con le metodologie analitiche (RiskMetrics presuppone che i rendimenti sono normalmente distribuiti).

Il punto di forza del metodo Monte Carlo è che consente di generare un numero molto elevato di scenari.

I dati storici sono utilizzati per determinare i parametri (ad esempio la media, la volatilità e le correlazioni) con cui descrivere la distribuzione di probabilità scelta.

Il calcolo del VaR con la metodologia della simulazione Monte Carlo può essere riassunto attraverso i seguenti passi:

- Scomposizione degli strumenti finanziari presenti in portafoglio in fattori rischio elementari.
- Raccolta dei dati di mercato relativi ai fattori di rischio su un arco di tempo passato.
- Simulazione degli scenari relativi ai fattori di rischio. Gli scenari sono definiti sulla base della distribuzione di probabilità scelta e dei parametri che descrivono la distribuzione. I parametri sono calcolati sulla base dei dati storici raccolti. Questa fase è caratterizzata da un'elevata intensità di calcolo in quanto con il metodo Monte Carlo è possibile generare un numero molto elevato di scenari.
- Ribaltamento degli scenari simulati sul portafoglio. In questo modo si ottengono tanti valori del portafoglio quanti sono gli scenari simulati.
- Confronto dei valori di portafoglio ottenuti sulla base degli scenari simulati con il valore corrente del portafoglio. Ciò consente di ottenere tanti valori di potenziali profitti e perdite quanti sono gli scenari simulati.
- Raccolta dei profitti e delle perdite su un istogramma per visualizzarne la distribuzione, e individuazione del VaR sulla base della probabilità scelta dall'investitore.

A causa delle ipotesi descritte su cui è fondata la metodologia Monte Carlo, la distribuzione dei potenziali profitti e delle perdite da cui si ricava il VaR è fortemente influenzata dalla distribuzione di probabilità che si è scelta per "modellare" i fattori di rischio e dai parametri cui essa viene descritta.

Esempio di calcolo del VAR

Di seguito viene riportato un esempio di calcolo del VaR con uno e due fattori di rischio, effettuato con la metodologia RiskMetrics.

Esempio con un fattore di rischio

Si ipotizzi di detenere valuta americana per un ammontare di 1000 dollari. Si vuole sapere, poiché la valuta base è l'euro, quale sarà la massima perdita potenziale in euro entro il giorno successivo con una probabilità del 95%, cioè si vuole determinare il VaR.

Il primo passo verso il calcolo del VaR è calcolare l'esposizione al rischio. Un investitore la cui valuta base è l'euro, con un tasso di cambio USD/euro è 1.1776, ha un'esposizione al rischio cambio pari a 1177.6 Euro.

Per determinare il VaR della posizione è necessario stimare quanto il tasso di cambio USD/euro può potenzialmente muoversi entro la giornata successiva. Per far ciò si utilizza la volatilità del tasso di cambio fornita da JP Morgan. Se la volatilità stimata giornaliera è, ad esempio, 0.545% il valore a rischio della posizione con il 95% di probabilità è:

$$\text{Valore a rischio totale (VaR)} = 1177.6 \text{ euro} * 0.545\% * 1.65 = 10.58 \text{ euro}$$

Non si perderanno dunque entro il giorno successivo, con il 95% di probabilità, più di 10.58 euro.

Esempio con due fattori di rischio

S'ipotizzi ora di detenere i medesimi 1000 dollari americani non più in valuta ma in Treasury Bills, cioè in titoli di Stato americani. Si vuole anche in questo caso determinare quale sarà la massima perdita potenziale in euro entro il giorno successivo con una probabilità del 95%.

In questo caso non si ha solamente il rischio cambio ma anche il rischio tasso in quanto il valore del titolo varia in base all'andamento dei tassi d'interesse, per cui il rischio totale dei 1000 dollari in Treasury Bills dovrà essere calcolato sulla base delle due componenti di rischio.

Supponendo che il tasso d'interesse abbia una volatilità dello 0.602% si ha:

$$\text{Valore a rischio del tasso d'interesse} = 1177.6 \text{ euro} * 0.602\% * 1.65 = 11.69 \text{ euro}$$

$$\text{Valore a rischio del tasso di cambio} = 1177.6 \text{ euro} * 0.545\% * 1.65 = 10.58 \text{ euro}$$

Il VaR totale della posizione non è dato dalla somma dei due valori a rischio, in quanto la correlazione tra il tasso di cambio e il tasso d'interesse è rilevante. Supponendo una correlazione negativa pari a -0.25% si ha:

$$\text{VaR totale} = \sqrt{\text{VaR}_{RF1}^2 + \text{VaR}_{RF2}^2 + 2\rho\text{VaR}_{RF1}\text{VaR}_{RF2}}$$

I valori VaR_{RF1} e VaR_{RF2} sono i Value at Risk dei due risk factor e ρ è il coefficiente di correlazione. La formula evidenzia il fatto che il VaR totale non è dato dalla somma dei VaR delle singole posizioni, ma tiene conto della correlazione tra i diversi fattori di rischio. In questo caso il VaR è inferiore alla somma dei due VaR in quanto la correlazione è negativa tra i due fattori di rischio è negativa.

Sostituendo nella formula i valori dell'esempio numerico si ottiene il VaR totale di portafoglio:

$$\text{VaR totale} = (11.69^2 + 10.58^2 - (2 * 0.25 * 11.69 * 10.58))^{1/2} = 13.66 \text{ euro}$$

Il valore a rischio totale stimato mette in evidenza che entro il giorno successivo non si

perderanno, con una probabilità del 95%, più di 13.66 euro.

Bibliografia:

- JP Morgan/Reuters, "RiskMetricsTM - Technical Document", Fourth Edition, New York, December 17, 1996.
- Philip Jorion, "Value at Risk, the New Benchmark for Managing Financial Risk", 1996.